

**ЗАДАНИЯ 1-ГО (ЗАОЧНОГО) ЭТАПА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
РГАУ-МСХА ИМЕНИ К.А. ТИМИРЯЗЕВА 2024/2025 гг.**

МАТЕМАТИКА

(для учащихся 9 –10 классов)

1. Упростите выражение

$$\frac{x^{3/2}y^{1/2}}{x+y} \cdot \left(\frac{x^{1/2}+y^{1/2}}{xy^{1/2}-x^{1/2}y} + \frac{x^{1/2}-y^{1/2}}{xy^{1/2}+x^{1/2}y} \right) - \frac{2y}{x-y} \quad \text{при } x \neq y, x > 0, y > 0.$$

2. Решите неравенство $\sqrt{5x-6} > x$.

3. Зная, что $\operatorname{tg}(\alpha/2) = m$, найдите значение выражения $\frac{2\cos^2(\alpha/2)-1}{1+\sin\alpha}$.

4. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} xy + yz = 18, \\ xz + zy = 20, \\ yx + xz = 14. \end{cases}$$

5. Найдите все значения $a \in R$, для которых уравнение $x^2 - 2(a-1)x + (2a+1) = 0$ имеет два корня разных знаков.

6. Даны две прогрессии:

$$8; 88; 168; 248; \dots \quad \text{и} \quad \frac{1}{8}; \frac{1}{2}; 2; 8; K$$

На сколько процентов девятый член первой прогрессии меньше девятого члена второй прогрессии? (Ответ дайте с точностью до 0,01 %).

7. Из молока, жирность которого составляет 5%, изготавливают творог жирностью 15,5 %, при этом остаётся сыворотка, жирность которой равна 0,5 %. Сколько творога получается из 500 килограммов молока?

8. Даны прямые $a \parallel b$. Прямая a пересекает ось ординат в точке M , что лежит на 15 единиц выше точки $(0;0)$, прямая b пересекает ось абсцисс в точке N , что на 5 единиц правее точки $(0;0)$, Прямая a пересекают ветви гиперболы $y = \frac{1}{x}$ в точках P и Q , образуя развернутый угол PMQ , а прямая b в точках E и F , образуя развернутый угол ENF . Найти отношение: $\frac{PM-MQ}{EN-NF}$.

9. Катеты прямоугольного треугольника равны 21 и 28 см. Найдите расстояние между точками пересечения медиан и биссектрис этого треугольника.

10. Сколько существует целых значений параметра c , для которых уравнение $(c+6)x^2 - 17x + c = 0$ имеет более одного действительного корня.

МАТЕМАТИКА
(для учащихся 11 класса)

1. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} xy + yz = 18, \\ xz + zy = 20, \\ yx + xz = 14. \end{cases}$$

2. Найдите все значения $a \in R$, для которых уравнение $x^2 - 2(a-1)x + (2a+1) = 0$ имеет два корня разных знаков.

3. Решите неравенство
$$\frac{(\operatorname{tg}\frac{\pi}{3} - \operatorname{tg}\frac{\pi}{4})\sqrt{4x^2 + 4x + 1}}{x-4} \geq 0.$$

4. Вычислите 2^A , если $A = 6\log_{2\sqrt{2}}(3 - \sqrt{6}) + 8\log_{1/4}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$.

5. Найдите четыре ближайших к нулю корня уравнения

$$\sin^4 x - \sin^2 x \cdot \cos^2 x + \cos^4 x = \frac{7}{16}.$$

6. Найдите максимальное значение параметра a , при которых уравнение

$$\operatorname{arctg}|9^x + 4^x + a\sqrt{2} \cdot 6^x| = 0 \text{ имеет решение.}$$

7. Найдите сумму чисел, которые одновременно являются членами двух арифметических прогрессий:

$$7, 10, 13, \dots, 340 \quad \text{и} \quad 3, 7, 11, \dots, 159.$$

8. В треугольник ABC вписана окружность, которая касается его сторон в точках K_1, K_2, K_3 . Известно, что треугольники ABC и $K_1K_2K_3$ подобны. Найдите углы треугольника ABC .

9. Даны прямые $a \parallel b$. Прямая a пересекает ось ординат в точке M , что лежит на 15 единиц выше точки $(0;0)$, прямая b пересекает ось абсцисс в точке N , что на 5 единиц правее точки $(0;0)$, Прямая a пересекают ветви гиперболы $y = \frac{1}{x}$ в точках P и Q , образуя развернутый угол PMQ , а прямая b в точках E и F , образуя развернутый угол ENF . Найти отношение: $\frac{PM-MQ}{EN-NF}$

10. Найти все значения параметра a , для которых решением

$$\text{уравнения } \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+5-4\sqrt{x+1}} = a \text{ является отрезок } [0;3].$$